

一种新型 Direct Small World 网络模型

林涛¹, 高建华¹, 伏雪¹, 马燕¹, 林艳²

(1. 上海师范大学 信息与机电工程学院, 上海, 中国, 200234)

(2. 奥克兰大学 信息系统系, 奥克兰, 新西兰, 92019)

摘要: 现有计算机网络存在一定程度冗余和效率低等问题, 本文提出一种新的 Direct Small World 网络模型以优化网络, 该模型首先将节点构成正则网络, 然后取任意节点重画, 通过迭代生成 Direct Small World 网络。在该模型下, 平均距离和聚集系数与原网络相同, 但是网络的跳数等性能有所改变。实验证明, Direct Small World 网络的度数、平均度中心性以及平均最近距离中心性均低于原有 Small World 网络。表明 Direct Small World 网络两节点的紧密程度高于原有 Small World 网络。该模型不仅可以有效应用于社区信息的传播, 而且可以用于流行病传播的研究。

关键词: 小世界网络; 复杂网络; 节点中心性; 网络可靠性; 优化网络

中图分类号: TP393

文献标志码: A

0 引言

随着计算机网络的发明与大规模应用, 人们之间的距离越来越近。同时, 另一方面, 现有的计算机网络存在一定程度冗余和效率低等问题。因此, 引入 Small World 网络模型, 以尝试优化现有的计算机网络, 尤其在网络信息传递方面^[1]。

在网络理论中, Small World 网络是一类特殊的复杂网络结构, 在这种网络中大部分的节点并不互相连接, 但绝大部分节点经过少数几步就可到达^[2]。

本文构造一种新型 Small World 模型: Direct Small World。在该模型下, 平均距离和聚集系数与原网络相同, 但是网络的跳数等性能有所改变。

本论文以实例说明 Direct Small World 网络在现实生活中有广泛应用。不仅可以有效的应用于社区信息的传播, 而且可以用于流行病传播的研究。一方面, 可以通过人为构建 Direct Small World 网络, 在不显著增加成本的前提下, 快速传播社区信息。另一方面, 可以通过人为破坏 Direct Small World 网络迅速降低流行病的传播。

本研究主要贡献为: 提出一种新的 Direct Small World 网络模型。

本论文章节安排如下:

第 1 部分, 介绍 Small World 网络的基本概念

第 2 部分, 论述 Direct Small World 网络的算法和实例。

第 3 部分, 实验以及结果分析。

全文最后是结语与展望。

1 Small World 网络介绍

这个世界能有多小? 数千年前的哲学家就在思考这个问题。上个世纪末, 随着计算机网

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(编号: 61073163 和 61373004)和上海市企业自主创新专项资金项目(编号: 沪 CXY-2013-88)

作者简介: 林涛(1988 —), 男, 甘肃兰州人, 硕士研究生, 研究方向: 计算机网络; 高建华(1963 —), 男, 博士, 教授, 博士生导师, CCF 高级会员(E200005526S), 主要研究方向为软件可靠性理论与设计、软件开发环境与开发技术、数据安全与计算机安全、网络测试、LSI/VLSI 测试等领域。

Email: lt@acm.org

络的发明与大规模应用，全球信息传播方式发生翻天覆地变化。同时，另一方面，由于计算机网络的冗余以及效率低（这里是指，沟通的能源成本，比如，大部分的即时聊天软件，即使两个人在中国的同一幢大楼，聊天信息一般也需要通过 ISP 的服务器），因而需要优化网络^[3]。

优化网络的一个思路是减少路由次数。路由（routing）就是通过互联网把信息从源地址传输到目的地址^[4]。路由发生在 OSI 网络参考模型中的第三层即网络层，路由已经成为互联网上寻找路径的最主要方法^[5]。

计算机网络是利用通信设备和线路将地理位置不同的、功能独立的多个计算机系统连接起来，以功能完善的网络软件实现网络的硬件、软件及资源共享和信息传递的系统。随着计算机网络的发展，出现了很多网络模型，用于解决网络中存在的效率与资源的关系，Small World 网络就是一种最新出现的重要网络模型^[6]。

Small World 是一个由大量顶点构成的图，其中任意两点之间的平均路径长度比顶点数量小得多。最早起源于人文科学，二十世纪 60 年代，美国哈佛大学社会心理学家斯坦利·米尔格伦实验发现世界上任意两个人都可以经过最多五个人而联系，即所谓的“六度分割理论”。除了社会人际网络以外，Small World 的例子在生物学、物理学、计算机科学等领域均有出现^[7]。许多图可以用 Small World 作为模型^[8]。万维网、公路交通网、脑神经网络和基因网络都呈现 Small World 的特征^[9]。

在计算机科学中，Small World 最早是由邓肯·瓦茨（Duncan Watts）和斯蒂文·斯特罗加茨（Steven Strogatz）在 1998 年引进的。将高聚集系数和低平均路径长度作为特征，一般就称作瓦兹-史楚盖兹模型（WS 模型）^[10]，这也是最典型的 Small World 的模型。

2 Direct Small World 网络

在本节，提出 Direct Small World 网络的算法和实例。

2.1 算法

Direct Small World 算法如下所示，

Algorithm

Input: node n , k

Output: Direct Small World

```
1  regular net<-node
2  for  $n=i$ ,
3      replot;
4  iterate until  $k$  through greedy
5  end
```

该算法的核心是首先将节点构成正则网络（第 1 行），然后取任意节点重画（第 2、3 行），最后迭代 k 次（第 4 行）。

2.2 Direct Small World 实例

本小节分别在社区网络和疾病传播方面给出 Direct Small World 的两个实例。

2.2.1 社区网络分析

Direct Small World 网络可以有效的应用与社区信息的扩散。比如最简单的社区，每个社区由一个顶点表示，共有四个顶点。首先，社区通过如下方式连接，构成正则图，如图 1 所示。

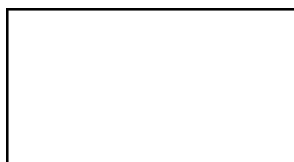


图 1 正则社区网络

可以求得，其平均距离为 1.5，聚集系数为 0.66。

若随机将处于对角线上的两个社区相连，如图 2 所示：

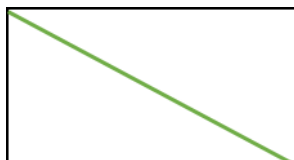


图 2 随机的社区网络

则重画后的社区的平均距离为 1，聚集系数为 0.83。

事实上，现实社会中的随机网络如图 3 所示：

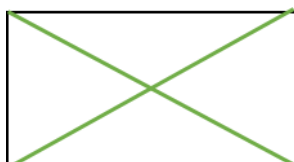


图 3 现实社区网络

其平均距离为 1，聚集系数为 1。

分析相关数据，如表 1 所列：

表 1 各种社区网络参数比较

	平均距离	聚集系数
正则社区网络	1.5	0.66
Direct Small World 社区网络	1	0.83
随机社区网络	1	1

通过此例，对于一个存在几个社区的网络，通过 Direct Small World 网络可以在不显著增大聚集系数的前提下，明显的降低社区间信息传递的平均距离。

2.2.1 疾病传播的 Direct Small World

以上社区网络实例虽然简单，但是在现实生活中有其实际应用，不仅可以应用于计算机网络，也可以应用于流行病的传播。比如某年在中国出现的 H7N9 流感。

若以一个省市代表一个节点，则其分布，就是上例的分析。世卫组织强调 H7N9 没有人與人传播的证据，就是在力图传递这个信息：此病毒没有形成 Direct Small World 网络。因为在 Direct Small World 网络中，病毒可以迅速传播。

2.3 Direct Small World 动态路由分析

Direct Small World 在计算机网络中有重要应用，尤其可以应用于动态路由中。本小节在平均距离和聚集系数都不变的前提下，分析 Direct Small World 模型。

根据 2.1 节算法，使用距离向量算法计算一个正则网络模型的路由表，如图 4 所示：

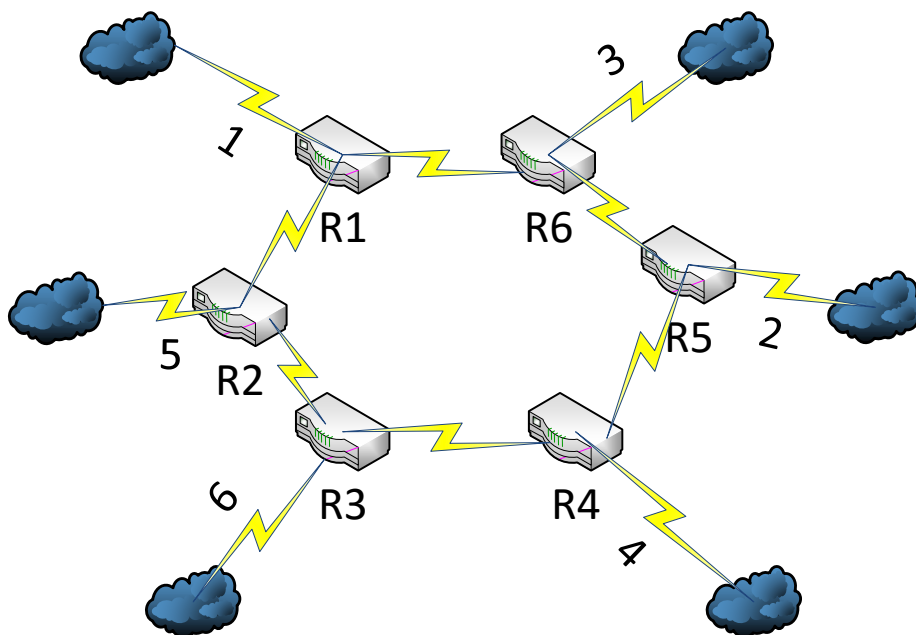


图 4 正则网络模型

首先，可以计算网络的平均距离，因为任何一个路由器到其他路由器的平均距离为 1.8。根据对称原理，整个网络的平均距离为 1.8。

同时，可以计算该网络的聚集系数是 0.4。

然后，设定互相连接的两个路由器间的距离为 1，每个路由器到网络的距离如图 4 所示。我们以路由器 R1 为例，根据距离向量算法，我们可以得出，稳定后的路由表如表 2 所示：

表 2 R1 路由表

目的网络	距离	下一跳路由器
Net1	1	直接交付
Net2	4	R2
Net3	4	R2
Net4	7	R2
Net5	8	R6
Net6	6	R6

随机替换其中的两条连线，以构成 Direct Small World 网络，如图 5 所示：

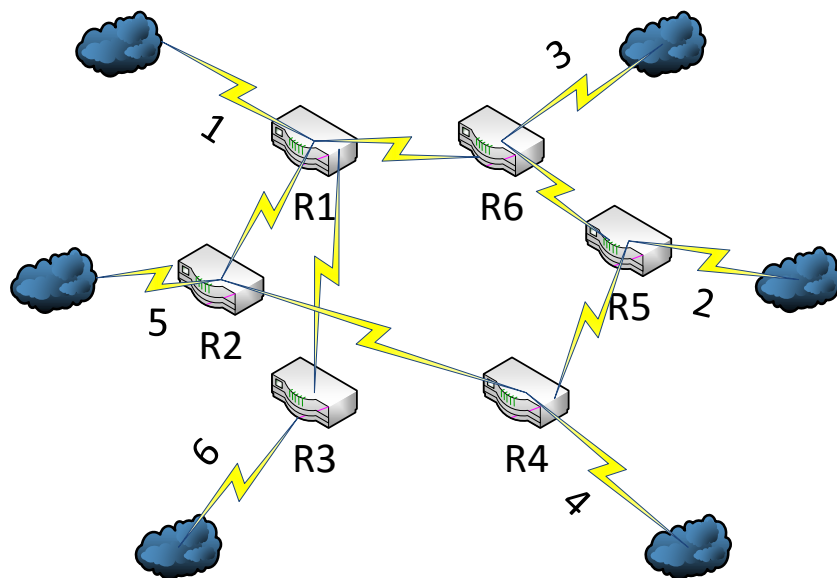


图 5 Direct Small World 网络模型

计算 Direct Small World 网络的平均距离，如表 3 所示：

表 3 Direct Small World 网络模型平均距离

路由器 Rx 到其他路由器	平均距离
R1	1.6
R2	1.6
R3	2
R4	1.8
R5	2.2
R6	1.6
整个网络的平均距离	1.8

这个网络的聚集系数为 0.4。

Steven Strogatz 等人构建的 Small World 模型一般认为通过增加少量聚集系数的代价，大幅降低平均距离。而该文的 Direct Small World 模型则聚集系数和平均距离都与原网络相同。

计算稳定后的新网络中路由器 R1 的路由表，如表 4 所列：

表 4 更新后的 R1 路由表

目的网络	距离	下一跳路由器
Net1	1	直接交付
Net2	4	R2
Net3	4	R2
Net4	6	R6
Net5	6	R5
Net6	6	R6

与原网络相比，该模型降低了路由器 R1 到 Net4 和 Net5 的距离。

该文 Direct Small World 模型，在当今云计算的背景下，有以下两个优点：

(1) 原网络中，由于每个路由器到其他路由器的平均距离都为 1.8，因此每个路由器处于同等重要的地位。而新的 Direct Small World 网络模型，降低了路由器 R1,R2 以及 R6 到其他路由器的平均距离，因此在实际应用中，路由器 R1,R2 以及 R6 可以作为网络中的核心路由器。

(2) 新的 Direct Small World 网络模型中，在没有改变路由器 R1 到其他网络距离的前提下，缩短了路由器 R1 到 Net4 和 Net5 的距离。在实际中，也有应用价值。

3 实验

本实验对 Direct Small World 进行仿真分析。

本实验重点关注以下两个问题：

(1) Direct Small World 节点的平均度数是否低于随机网络和 Steven Strogatz Small World 网络？

(2) Direct Small World 节点中心性是否高于随机网络和 Steven Strogatz Small World 网络？

3.1 实验设计

实验环境如下：十台服务器，每台配置均为 Windows Server 2012 64bit，处理器为 Intel Xeon 3.10GHz，内存为 8GB。仿真工具为 Wireshark 1.12.5。数据集使用 Twitter data 数据集，同时，本实验模拟生成一万个用户节点。

3.2 结果与分析

使用节点的平均度数和节点中心性来衡量实验结果，其中节点中心性由平均度中心性、平均最近距离中心性和平均介数三个子指标组成。

节点的度数表示 Small World 网络中个体的交际能力，其定义如公式(1)所示，

$$d_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} \quad (1)$$

其中， d_i 为节点的度数， n 为节点的数量， i 和 j 表示节点，若 $i \neq j$ ，则 $a_{ij}=1$ ，否则， $a_{ij}=0$ 。节点的平均度数是网络中所有节点的平均值，如公式(2)所示，

$$\text{AveD} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n} \quad (2)$$

度中心性是对度数归一化，定义如公式(3)所示，

$$C_D(i) = \frac{k_i}{n-1} \quad (3)$$

其中， n 为节点数， k_i 表示第 i 个节点的度数。

平均度中心性是所有节点度中心性的平均值，如公式(4)，

$$\text{AveC} = \frac{\sum_{i=1}^n C_D(i)}{n} \quad (4)$$

最近距离中心性表示两个节点的远近，定义如公式(5)所示，其值越大，表示两节点越紧密。

$$C_c(i) = \frac{n-1}{(\sum_{i,j,i \neq j} d_{ij})} \quad (5)$$

平均最近距离中心性是最近距离中心性的均值，如公式(6)所示，

$$\text{AveCc} = \frac{\sum_{i=1}^n C_c(i)}{2n} \tag{6}$$

介数表示通过节点的最短路径的数目，定义如公式(7)所示，

$$C_B(i) = \sum_{s \neq t \neq i} \frac{\sigma_{st}(i)}{\sigma_{st}} \tag{7}$$

σ_{st} 表示 s 到 t 的最短路径数量， $\sigma_{st}(i)$ 表示其中通过 i 节点的数量。

平均介数是对网络中所有节点的介数求平均值，如公式(8)所示，

$$\text{AveCb} = \frac{\sum_{i=1}^n C_B(i)}{n} \tag{8}$$

实验结果如表 5 所列。

表 5 实验结果

		节点的平均度数		节点中心性	
		平均度中心性	平均最近距离中心性	平均介数	
随机网络	2309	1.8	55	326	
Steven Strogatz	863	0.9	85	1126	
Small World					
Direct Small World	376	0.4	76	1328	

可以得出以下结论：

- (1) Small World 网络的度数比随机网络低，而且 Direct Small World 网络的度数低于 Steven Strogatz Small World。
- (2) 随机网络平均度中心性高于 Small World 网络，而且 Direct Small World 网络的平均度中心性低于 Steven Strogatz Small World。
- (3) Direct Small World 两节点的紧密程度高于 Steven Strogatz Small World 网络。
- (4) Small World 网络中，部分节点为核心节点。

4 结语与展望

本文构造了一种 Direct Small World 模型，在该模型下，平均距离和聚集系数与原网络相同，但是网络的跳数等性能有所改变。

Small World 不仅在计算机网络中应用广泛，而且广泛应用于计算机科学的其他方面，比如，可以更深入的研究 Direct Small World 与计算机图形学一个分支：分形的联系，因为分形在所有的大小尺度下都显得相似，与 Direct Small World 具有很多类似的性质。可以探讨 Direct Small World 的分数维，从而研究如何简化计算机网络。

从更长远看，Small World 在工商管理的组织行为学中，前人已有深入研究。将计算机科学和工商管理科学中对 Small World 的研究做一对比分析，可能得出新的理论。

参考文献:

- [1] Tonneau A, Mitton N, Vandaele J. How to choose an experimentation platform for wireless sensor networks? A survey on static and mobile wireless sensor network experimentation facilities[J]. *Ad Hoc Networks*, 2015,30:115-127.
- [2] Kim Y, Kim J, Yook S. Information transfer network of global market indices[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2015,430:39-45.
- [3] Abraham I, Bartal Y, Neiman O. Local Embeddings of Metric Spaces[J]. *Algorithmica*, 2015,72(2):539-606.
- [4] Bellasi D E, Rovatti R, Benini L, et al. A Low-Power Architecture for Punctured Compressed Sensing and Estimation in Wireless Sensor-Nodes[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2015,62(5):1296-1305.
- [5] Shen H, Park J H, Wu Z, et al. Finite-time H-infinity synchronization for complex networks with semi-Markov jump topology[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2015,24(1-3):40-51.
- [6] Fraschini M, Hillebrand A, Demuru M, et al. An EEG-Based Biometric System Using Eigenvector Centrality in Resting State Brain Networks[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2015,22(6):666-670.
- [7] Isele T, Hartung B, Hoevel P, et al. Excitation waves on a minimal small-world model[J]. *European Physical Journal B*, 2015,88(1044).
- [8] Zuev K M, Wu S, Beck J L. General network reliability problem and its efficient solution by Subset Simulation[J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2015,40:25-35.
- [9] Kokubo S, Wang Z, Tanimoto J. Spatial reciprocity for discrete, continuous and mixed strategy setups[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2015,259:552-568.
- [10] Wichmann B. Agents of Change and the Approximation of Network Outcomes: a Simulation Study[J]. *Networks and Spatial Economics*, 2015,15(1):17-41.

A Novel Direct Small World Network Model

LIN Tao¹, GAO Jian-hua¹, FU Xue¹, MY Yan¹, LIN Yan²

¹ (College of Information, Mechanical and Electrical Engineering, Shanghai Normal University, Shanghai, 200234, China)

² (Department of Information System and Operations Management, The University of Auckland, Auckland, 92019, New Zealand)

Abstract: There is too much redundancy and low efficiency on modern computer networks. This paper presents a novel Direct Small World network model in order to optimize networks. In this model, several nodes construct to regular networks. Then, replot some nodes randomly and iteratively to generate Direct Small World network. There are no change in average distance and clustering coefficient, however, the network performance improved, such as hops. The experiments prove that compared to traditional small world network, the degree, average of degree centrality and average of closeness centrality are lower in Direct Small World network. This illustrates that the nodes in Direct Small World networks are closer than Watts–Strogatz small world network model. The Direct Small World can be used not only in the communication of the community information, but also in the research of epidemics.

Keywords: Small World network; complex networks; node centrality; network reliability; network optimization